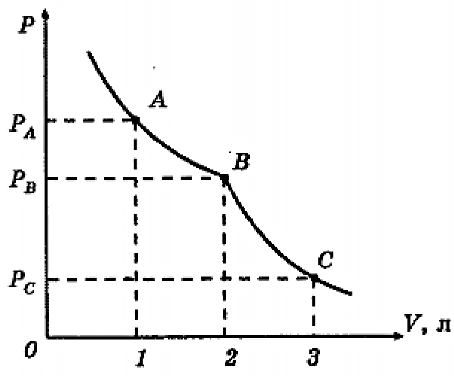
Розв’язки завдань II етапу Всеукраїнської олімпіади з фізики
(2018-2019 навчальний рік)
11 клас




1. Під час вимірювань залежності тиску вологого повітря від об’єму отримали графік, який складався з двох ізотерм AB та BC. Якою була вологість повітря в точках A, B, C.

Розв’язок

При достатньо великих об’ємах $V$ водяна пара є ненасиченою. Із зменшенням об’єму пара досягає насичення. Цей стан відповідає точці B на графіку. При наступному зменшенні об’єму починається конденсація й пара залишається насиченою (графік AB):

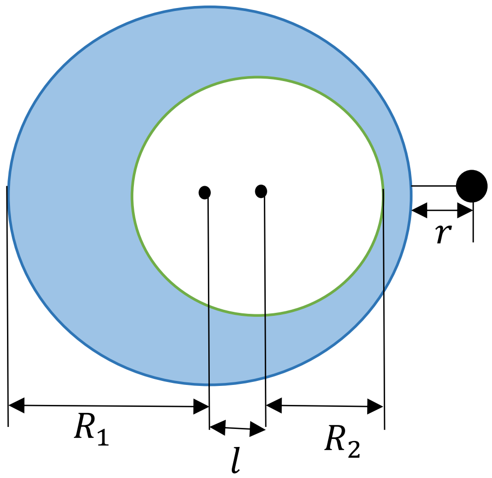
$\varphi_A = \varphi_B = 100\%$.

У точці $C$ $\varphi_c = \frac{P_c}{P_н} \cdot 100\ \%$ (1), де $P_н = P_B$ тиск насиченого повітря

За законом Бойля-Маріотта для станів B і C: $P_c V_c = P_B V_B$. Звідси, $\frac{P_c}{P_B} = \frac{V_c}{V_B}$

$\varphi_c = \frac{V_B}{V_C} \cdot 100\ \% = 67\ \%$.

2. У стальній кулі радіусом $R_1 = 40$ см зроблено сферичний отвір радіусом $R_2 = 25$ см. Відстань $l$ між центрами кулі й сферичного отвору дорівнює 10 см. На відстані $r = 5$ см від поверхні кулі розміщено маленьку кульку. У скільки разів сила $F_1$ гравітаційної взаємодії маленької кульки з кулею без отвору більша за силу $F_2$ гравітаційної взаємодії маленької кульки з кулею з отвором?




Розв’язок

Подумки розмістимо в отворі стальну кульку, яка має такі ж розміри, як і отвір. Тоді куля стане суцільною (без отвору). Сила $F_1$ гравітаційної взаємодії маленької кульки з суцільною кулею буде дорівнювати геометричній сумі сил, з якою маленька кулька притягується її частинами – кулею з отвором та кулькою, яку розміщують у цьому отворі: $F_1 = F_2 + f$. Звідси $F_2 = F_1 - f$ [1].

Оскільки маленька кулька розміщена на відстані $r$, яка незначна порівняно з розмірами великої кулі, то кулю без отвору будемо розглядати як матеріальну точку з масою $M = \rho V = \frac{4}{3}\pi R_1^3 \rho$. Сила гравітаційної взаємодії маленької кульки з нею дорівнює $F_1 = G\frac{Mm}{(r+R_1)^2}$, де $m$ – маса маленької кульки.

Сила гравітаційної взаємодії маленької кульки з кулькою, яку розмістили в отворі кулі, дорівнює $f = G\frac{m_1 m}{(r+R_1-l)^2}$, де $m_1 = \frac{4}{3}\pi R_2^3 \rho$ – маса кульки, розміщеної в отворі.

Зробивши підстановки виразів $\vec{F}_1$та $\vec{f}$ у вираз [1], отримаємо:

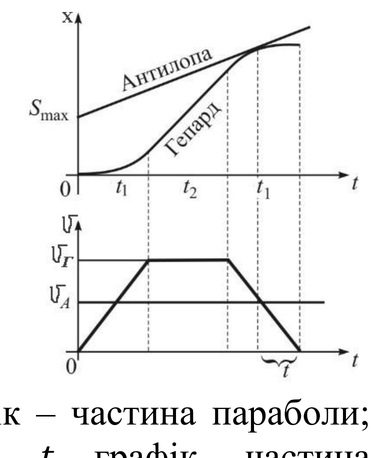
$$F_2 = G\frac{Mm}{(r+R_1)^2} - G\frac{m_1 m}{(r+R_1-l)^2} = \frac{Gm(M(r+R_1-l)^2 - m_1(r+R_1)^2)}{(r+R_1)^2(r+R_1-l)^2}.$$

Тоді $\frac{F_2}{F_1} = 1 - \frac{R_2^3\ (r+R_1)^2}{R_1^3(r+R_1-l)^2} \approx 0{,}48$. Тоді $\frac{F_1}{F_2} \approx 2{,}08$.

3. Гепард помітив антилопу, яка бігла в напрямку від нього з швидкістю $v_A = 20\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, та почав за нею полювання. Прискорюючись рівномірно, він за час $t_1 = 4$ с досягнув швидкості $v_\text{г} = 30\ \frac{\text{м}}{\text{с}}$, з якою рухався ще $t_2 = 10$ с. Через цей час гепард відчув, що його тіло перегрілося, й закінчив переслідування антилопи з тим же за модулем прискоренням, що й на початку полювання. На якій мінімальній відстані $S_{max}$ від антилопи повинен був знаходитися гепард, щоб спіймати антилопу?

Примітка. Із-за відсутності потових залоз на тілі та поганого відводу тепла через шкіру гепард не може розвивати максимальну швидкість (приблизно 110 км / год) протягом тривалого часу без небезпечного для його організму перегріву.

Розв’язок




Виберемо систему координат так, щоб нульове положення співпадало з місцем старту гепарда, а координатна вісь співпадала з прямою, вздовж якої рухаються тварини. Побудуємо графік залежності координати від часу для рухів гепарда та антилопи для випадку, коли гепард наздоганяє антилопу. Врахуємо, що в момент, коли гепард наздожене антилопу, обидві тварини будуть мати однакові координати $x$, тому графік $x = x(t)$ антилопи дотикається до графіка руху гепарда. У русі гепарда присутні 3 етап: розгін за час $t_1$, графік – частина параболи; рівномірного руху – $t_2$, графік – відрізок; гальмування – $t_1$, графік – частина параболи. Антилопа рухалася рівномірно, тому її графіком є пряма.

Щоб відстань між гепардом і антилопою в момент початку полювання була максимальною $S_{max}$, необхідно щоб графік руху антилопи дотикався в максимально віддаленій координаті зустрічі тварин.

Побудувавши графіки швидкості тварин від часу, стає очевидно, що в момент зустрічі тварини повинні рухатися з однаковою швидкістю. Якщо в цей час гепард не схопить антилопу, то в наступний момент він буде відставати від неї.

Із графіків швидкості видно, що час руху тварин до моменту, коли їх швидкості стануть однаковими, дорівнює $T = t_1 + t_2 + (t_1 - t)$. Час $t$ можна визначити із співвідношення між сторонами подібних трикутників на графіках швидкості: $\frac{v_г}{t_1} = \frac{v_A}{t}$. Звідси, $t = t_1 \frac{v_A}{v_г}$.

За площею фігур, обмежених графіками швидкості, визначимо шляхи, пройдені гепардом та антилопою за час $T$:

$$S_г = v_г \frac{t_1}{2} + v_г t_2 + \frac{v_г + v_A}{2}{}_г (t_1 - t) = v_г(t_1 + t_2) - \frac{t_1 v_A^2}{2v_г};$$

$$S_A = v_A(2t_1 + t_2) - \frac{v_A^2}{v_г} t_1.$$

Початкова відстань між гепардом та антилопою дорівнює різниці між їх шляхами:

$$S_{max} = S_г - S_A = v_г(t_1 + t_2) - \frac{t_1 v_A^2}{2v_г} - v_A(2t_1 + t_2) + \frac{v_A^2}{v_г} t_1,$$

$$S_{max} = v_г(t_1 + t_2) - v_A(2t_1 + t_2) + \frac{t_1 v_A^2}{2v_г} \approx 86{,}7 \text{ м}.$$

4. Електричну лампу з вольфрамовою ниткою увімкнули в коло низької напруги. З'ясувалося, що за напруги 10 мВ у нитці тече струм 4 мА. Коли лампу увімкнули в коло з напругою 120 В, з'ясувалося, що в нитці проходить струм 4 А. До якої температури нагрівається нитка лампи за напруги 120 В, якщо в першому випадку температура становила 25°C? Температурний коефіцієнт опору вольфраму – $0{,}005$ град$^{-1}$.

Розв'язок

У першому випадку за законом Ома опір провідника $R_1 = \frac{U_1}{I_1}$ та залежить від його температури $R_1 = R_0(1 + \alpha(t_1 - t_0)$, де $R_0$ – опір провідника за температури $t_0 = 0$°C. Тому $\frac{U_1}{I_1} = R_0(1 + \alpha(t_1 - t_0)$ (1).

Аналогічно для другого випадку: $\frac{U_2}{I_2} = R_0(1 + \alpha(t_2 - t_0)$ (2).

Розділивши вираз (1) на вираз (2), та зробивши перетворення, отримаємо:

$$t_2 = \frac{U_2 I_1 (1 + \alpha(t_1 - t_0)) - I_2 U_1}{I_2 U_1 \alpha} + t_0 = 2225\text{°C}.$$